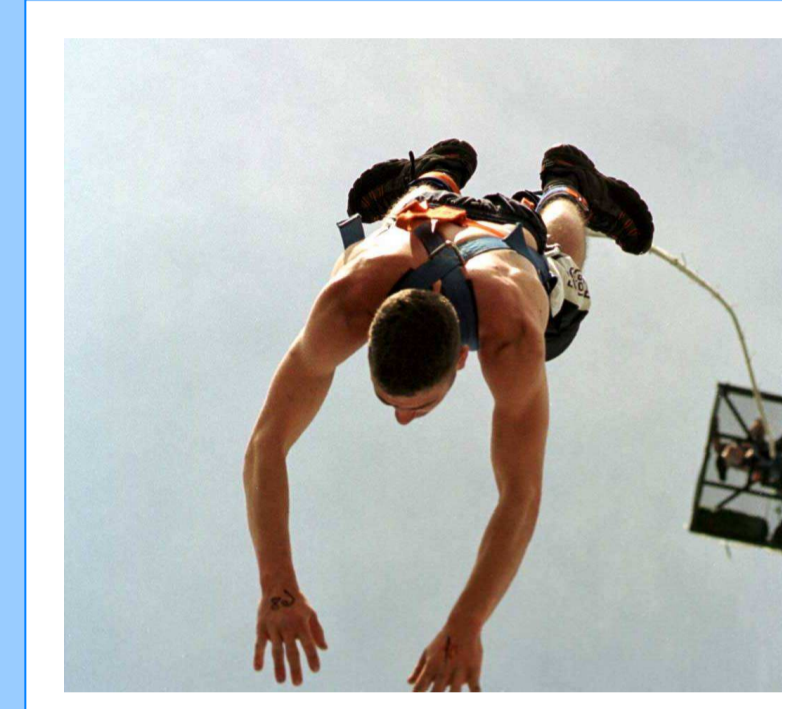
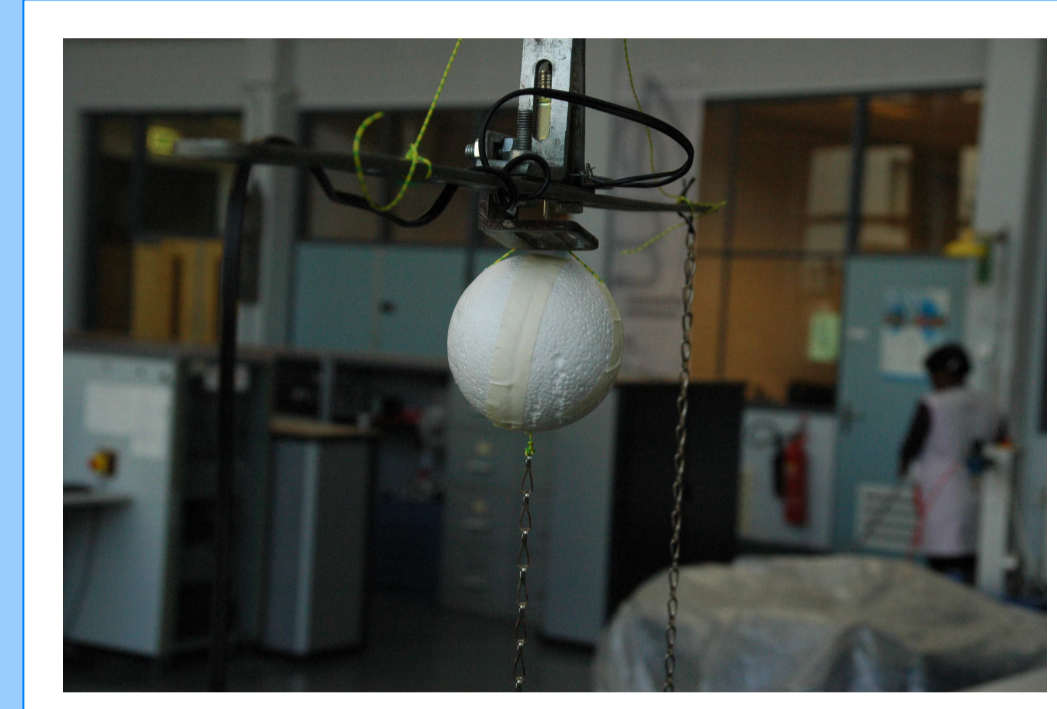
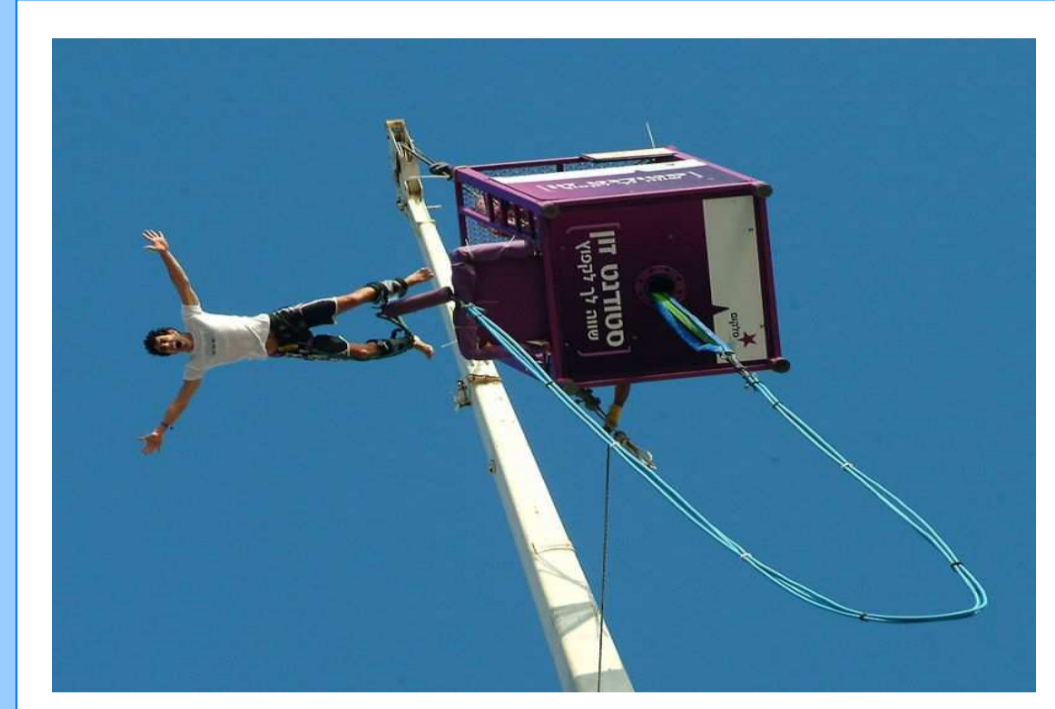
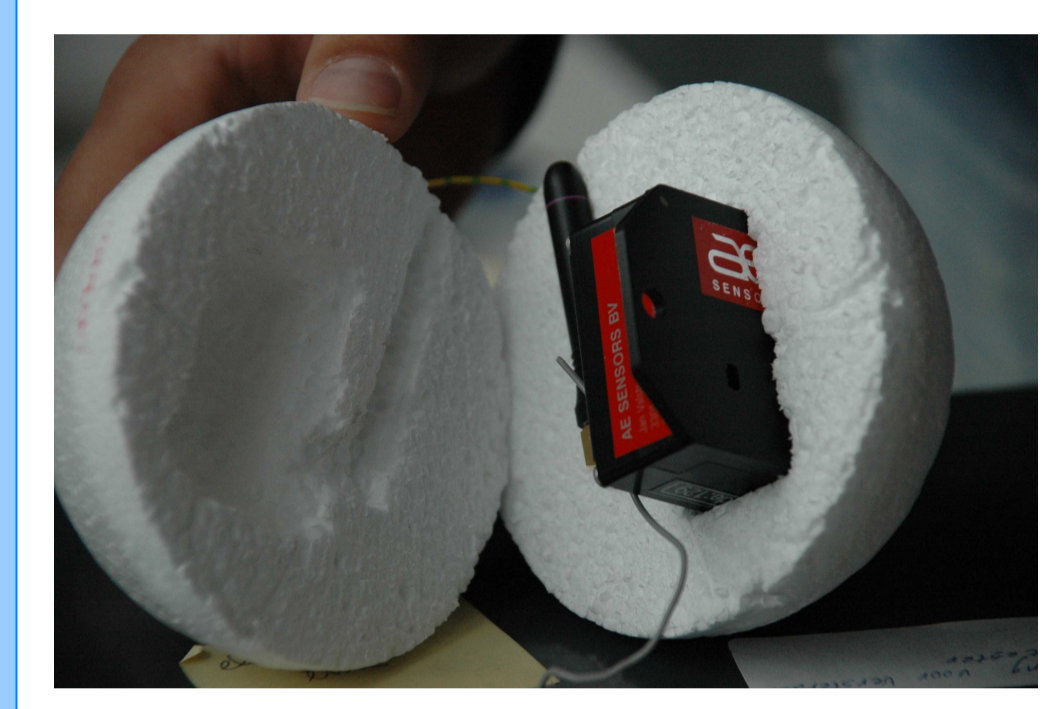
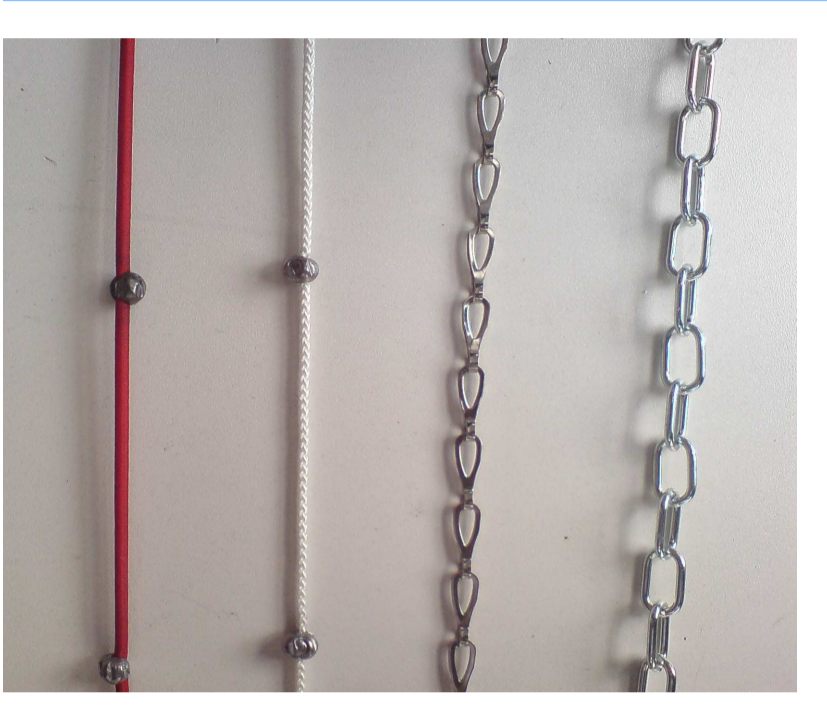


Touwtrekken met de zwaartekracht

Eén van de grondslagen van de mechanica impliceert dat op aarde alle lichamen in vacuüm met dezelfde versnelling vallen; $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Een bungee jumper valt echter met een versnelling groter dan g , dus er is nog een andere kracht in het spel. Alhoewel dit fenomeen in de praktijk is getest, is dit nog nooit met elastische koorden gedaan.



Inleiding

In het verleden hebben wetenschappers het valgedrag van een bungee jumper geanalyseerd. Op basis van de energievergelijking (som van potentiële en kinetische energie is constant) en uitgaande van een niet-elastisch koord (metalen ketting) is de volgende vergelijking opgesteld:

$$a = g \left[1 + \frac{\mu z (4 + 2\mu - \mu z)}{2(2 + \mu - \mu z)^2} \right], \mu \triangleq m/M, z \triangleq y/L \quad (1)$$

met M als massa jumper, m als massa koord, L als lengte van het koord en y als afgelegde weg.

In een reactie op bovenstaande theorie wordt de vergelijking uitgebreid (lichtblauw) waarbij rekening wordt gehouden met de elasticiteit van het koord. Met behulp van de wet van Hooke is de volgende vergelijking opgesteld:

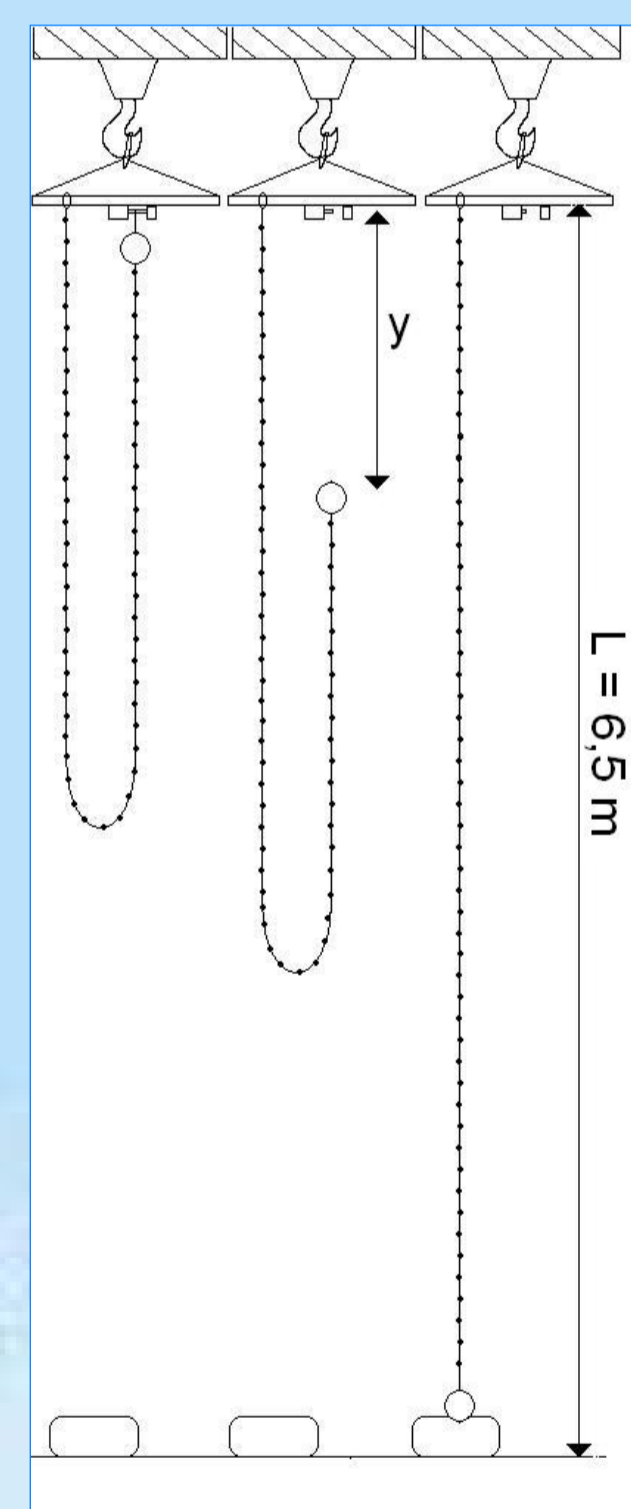
$$a = g \left[1 + \frac{\mu(4 + \mu)}{8} \cdot \left(1 - \frac{mg}{2A_0 E} \right) \right] \quad (2)$$

Gesteld wordt dat bij niet-elastische koorden de valversnelling (a) altijd groter is dan de vrije val (g). Bij elastische koorden geldt dit ook, echter is de toename minder groot dan bij niet-elastische koorden.

Methode

Om de bovenstaande theorie empirisch te testen zijn er meerdere experimenten uitgevoerd met de meetopstelling zoals in figuur 1 is weergegeven. De jumper is gevormd door een draadloze, gekalibreerde drie-assige versnellingsmeter die is ingebed in een bol van piepschuim (om de val te breken).

Versnellingen van jumper zijn gemeten in vrije val (geen koord), in val met ketting, in val met touw en in val met rubber. De laatste twee zijn verzwaard met visloodjes voor gelijke massadichtheid.

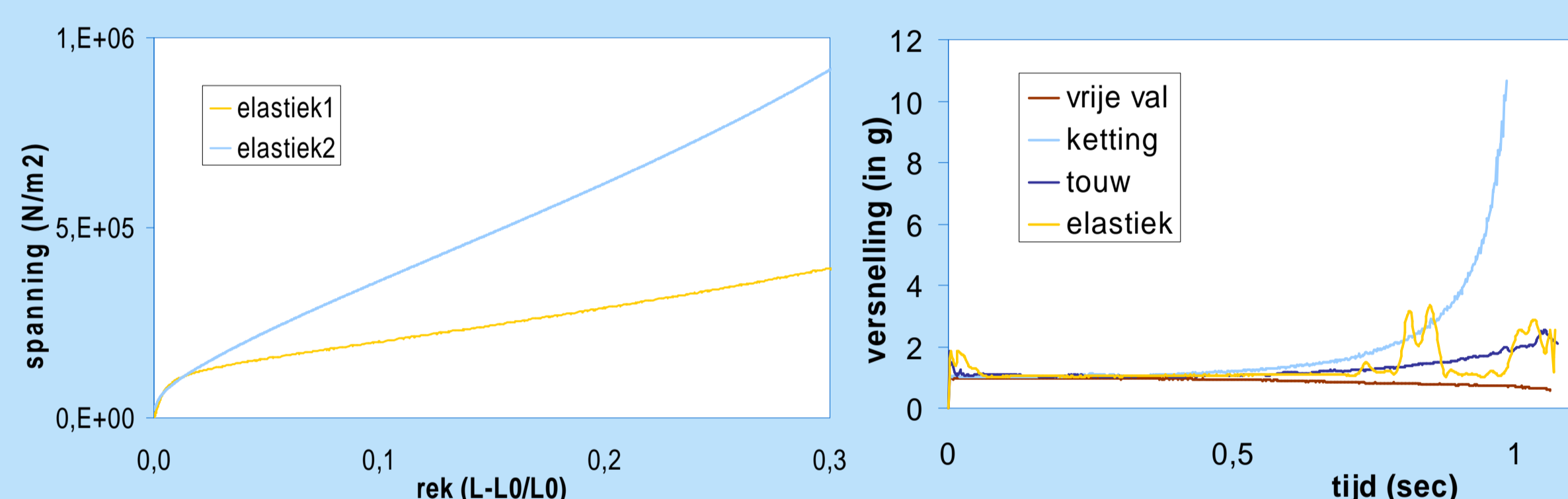


Figuur 1: Meetopstelling

Resultaten

Het rubber koord is getest in de Zwick trekbank. In figuur 2 worden representatieve resultaten voor de relatie tussen rek en spanning getoond. In de val experimenten loopt de rek op tot $\sim 0,1$.

Figuur 3 toont gemiddelde resultaten van de vier test-series: vrije val, ketting, touw en elastisch rubber.



Figuur 2: Elasticiteitsmodulus

Figuur 3: Meetdata

Conclusies

Bij ons experiment, met een valhoogte van 6,5 meter en grote jumperdiameter, is de luchtweerstand van de jumper wel significant: In figuur 3 is bij de vrije val een reductie van ongeveer 40% van de valversnelling waar te nemen. In voorgaande onderzoeken op kleinere schaal is de luchtweerstand altijd verwaarloosd.

Vergelijking (2) heeft een correctieterm gebaseerd op de lineaire materiaalwet van Hooke. Figuur 2 laat zien dat het gebruikte elastiek een sterk niet-lineair karakter heeft en volgens het model voor hyperelastisch materiaal van Mooney-Rivlin verloopt. Er kan worden gesteld dat vergelijking (2) niet opgaat.

Het verband tussen de elastische trillingen en waargenomen valversnelling is te complex voor directe uitspraken. De invloed van de massaverhoudingen tussen koord en jumper is wel duidelijk te zien: de jumper aan de zware ketting ondergaat een veel grotere versnelling (tot wel 10 g!) dan die aan het touw (tot "slechts" 2 g).